

MATEMATIKA II**1. DIO**

9. lipnja 2009.

1. (i) Što je primitivna funkcija? Odgovorite rečenicom i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = \ln 2|x|$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$? Obrazložite! (4 boda)
(iii) Odredite $\int e^{-2x} dx$. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-2}^3 (-x^2 + 2x) dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite formulu za linearu aproksimaciju funkcije f oko (x_0, y_0) . (2 boda)
(ii) Napišite formulu za prirast funkcije f oko (x_0, y_0) i za približni prirast. (2 boda)
(iii) Odredite prirast i približni prirast ako je $f(x, y) = \sqrt{y^2 - x^2}$, $(x_0, y_0) = (4, 5)$, u ovisnosti o Δx , Δy i posebno za $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = -0.1$. (6 bodova)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dxdy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Opišite (i) ako je $f(x, y) = x + y$ i ako je D zadano s $1 \leq x \leq 5$, $0 \leq y \leq x + 1$. Slika!
(4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (ii). Interpretirajte ga ako je f funkcija gustoće mase. (4 boda)
5. (i) Zapišite opću homogenu linearu diferencijalnu jednadžbu drugog reda i njenu karakterističnu jednadžbu. Kakva mogu biti rješenja karakteristične jednadžbe? (3 boda)
(ii) Opišite opće rješenje diferencijalne jednadžbe iz (i). (3 boda)
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe $y'' - 6y' + 5y = 0$, $y'' - 4y' + 4y = 0$ i $y'' + 2y' + 2y = 0$. Odredite partikularna rješenja ako je $y(0) = 2$, $y'(0) = 6$. (4 boda)

MATEMATIKA II**1. DIO**

9. lipnja 2009.

1. (i) Što je primitivna funkcija? Odgovorite rečenicom i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = \ln 2|x|$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$? Obrazložite! (4 boda)
(iii) Odredite $\int e^{-2x} dx$. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-2}^3 (-x^2 + 2x) dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite formulu za linearu aproksimaciju funkcije f oko (x_0, y_0) . (2 boda)
(ii) Napišite formulu za prirast funkcije f oko (x_0, y_0) i za približni prirast. (2 boda)
(iii) Odredite prirast i približni prirast ako je $f(x, y) = \sqrt{y^2 - x^2}$, $(x_0, y_0) = (4, 5)$, u ovisnosti o Δx , Δy i posebno za $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = -0.1$. (6 bodova)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dxdy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Opišite (i) ako je $f(x, y) = x + y$ i ako je D zadano s $1 \leq x \leq 5$, $0 \leq y \leq x + 1$. Slika!
(4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (ii). Interpretirajte ga ako je f funkcija gustoće mase. (4 boda)
5. (i) Zapišite opću homogenu linearu diferencijalnu jednadžbu drugog reda i njenu karakterističnu jednadžbu. Kakva mogu biti rješenja karakteristične jednadžbe? (3 boda)
(ii) Opišite opće rješenje diferencijalne jednadžbe iz (i). (3 boda)
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe $y'' - 6y' + 5y = 0$, $y'' - 4y' + 4y = 0$ i $y'' + 2y' + 2y = 0$. Odredite partikularna rješenja ako je $y(0) = 2$, $y'(0) = 6$. (4 boda)

MATEMATIKA II**2. DIO**

9. lipnja 2009.

1. (i) Odredite neke dvije primitivne funkcije funkcije $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} + \ln x}{x}$. (5 bodova)
(ii) Izračunajte integral $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{e^x + 3} dx$. (5 bodova)
2. (i) Odredite približno $(0.98)^2(1.02)^3$. (5 bodova)
(ii) Za funkciju koju ste definirali u (i) nadite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(1, -1, z_0)$. (5 bodova)
3. Zadana je funkcija $f(x, y) = \arccos \frac{x}{y^2}$.
 - (i) Skicirajte domenu te funkcije. (5 bodova)
 - (ii) Nadite parcijalne derivacije te funkcije. (5 bodova)
4. (i) Nadite diferencijalnu jednadžbu sljedeće familije krivulja:
$$y = x^2 - C. \quad (5 \text{ bodova})$$
 - (ii) Skicirajte tu familiju krivulja. (5 bodova)
5. Nadite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $y'' - 4y' + 4y = x^2$. (10 bodova)

MATEMATIKA II**2. DIO**

9. lipnja 2009.

1. (i) Odredite neke dvije primitivne funkcije funkcije $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} + \ln x}{x}$. (5 bodova)
(ii) Izračunajte integral $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{e^x + 3} dx$. (5 bodova)
2. (i) Odredite približno $(0.98)^2(1.02)^3$. (5 bodova)
(ii) Za funkciju koju ste definirali u (i) nadite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(1, -1, z_0)$. (5 bodova)
3. Zadana je funkcija $f(x, y) = \arccos \frac{x}{y^2}$.
 - (i) Skicirajte domenu te funkcije. (5 bodova)
 - (ii) Nadite parcijalne derivacije te funkcije. (5 bodova)
4. (i) Nadite diferencijalnu jednadžbu sljedeće familije krivulja:
$$y = x^2 - C. \quad (5 \text{ bodova})$$
 - (ii) Skicirajte tu familiju krivulja. (5 bodova)
5. Nadite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $y'' - 4y' + 4y = x^2$. (10 bodova)

MATEMATIKA II**2. DIO**

9. lipnja 2009.

1. (i) Odredite neke dvije primitivne funkcije funkcije $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} + \ln x}{x}$. (5 bodova)
(ii) Izračunajte integral $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{e^x + 3} dx$. (5 bodova)
2. (i) Odredite približno $(0.98)^2(1.02)^3$. (5 bodova)
(ii) Za funkciju koju ste definirali u (i) nadite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(1, -1, z_0)$. (5 bodova)
3. Zadana je funkcija $f(x, y) = \arccos \frac{x}{y^2}$.
 - (i) Skicirajte domenu te funkcije. (5 bodova)
 - (ii) Nadite parcijalne derivacije te funkcije. (5 bodova)
4. (i) Nadite diferencijalnu jednadžbu sljedeće familije krivulja:
$$y = x^2 - C. \quad (5 \text{ bodova})$$
 - (ii) Skicirajte tu familiju krivulja. (5 bodova)
5. Nadite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $y'' - 4y' + 4y = x^2$. (10 bodova)